

**ОРТОГОНАЛЬНІ ФІЛЬТРИ ЛАГЕРА В ЗАДАЧАХ ВИМІРЮВАНЬ  
ХАРАКТЕРИСТИК СИГНАЛІВ**

*Сучасні кореляційні системи є апаратно-програмними комплексами, які мають значний потенціал цифрової обробки сигналів. Актуальність даної роботи підтверджується тим, що запропоновано використати в якості вхідних лінійних фільтрів – ортогональні фільтри Лагера.*

Теорія ортогональних функцій, що є частиною загальної теорії функцій, широко застосовується в найрізноманітніших галузях науки і техніки. Ортогональні системи функцій грають важливу роль в технічних додатках головним чином у зв'язку з можливістю розкладу певного класу функцій у ряди по ортогональних функціях. Вони служать базисними координатними функціями при передачі інформації, розкладанні сигналів і характеристик лінійних і нелінійних систем. Класичним прикладом ортогональної системи функцій на нескінченному інтервалі являється система поліномів Лагера  $\{L_n^a(x), n = 0, 1, 2, \dots\}$ .

Ортогональним фільтром називається лінійна система, імпульсні перехідні функції ланок якої представляють собою деяку систему ортогональних функцій. У теперішній час ортогональні фільтри все більше застосовуються в технічних додатках. Зокрема, ортогональні фільтри використовуються для отримання електричних сигналів, що описуються ортогональними функціями. Саме широке розповсюдження отримали ортогональні фільтри Лагера, який складається з каскадного з'єднання лінійних ланок (рис.1).

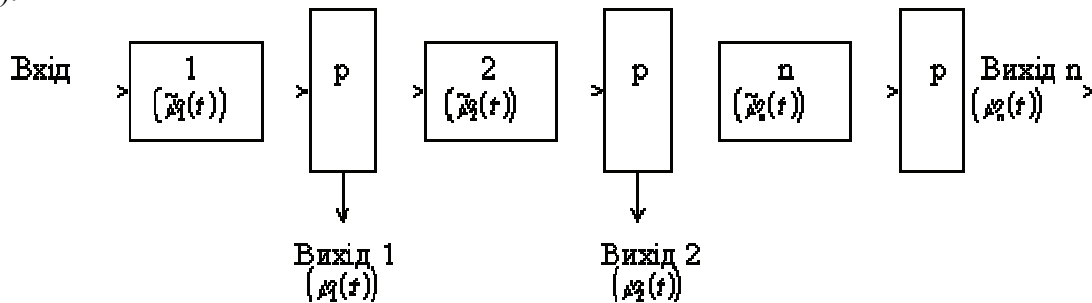


Рис. 1 Загальний вигляд фільтра Лагера

де  $1, 2, \dots, n$  - лінійні ланки з імпульсними реакціями  $\{\tilde{\varphi}_i(t), i = \overline{1, n}\}$ ,  $p$  - узгоджуюча ланка, необхідна для узгодження підключеного навантаження (зовнішнього кола), а також вхідного і вихідного опорів лінійних ланок фільтра.

При такому каскадному з'єднанні ортогональний фільтр характеризується послідовністю імпульсних перехідних функцій  $\{\tilde{\varphi}_i(t), i = \overline{1, n}\}$ , які формують систему ортогональних функцій. Функція  $\varphi_i(t)$  - імпульсна реакція ортогонального фільтра і описується функцією Лагера  $l_{i-1}(t)$ .

$$l_i(t) = L_i(t) \cdot \exp\left(-\frac{t}{2}\right), \quad t > 0, \\ i = 0, 1, 2, \dots$$

де  $L_n(t)$  - ортогональний поліном Лагера.

Метод реалізації ортогональних фільтрів на інтеграторах зручний, коли відгуки фільтрів описуються ортогональними поліномами. Фільтри цього типу близькі по конструкції до канонічних в тому відношенні, що ланки фільтрів більш низьких порядків

цілком використовуються в якості складових частин схеми фільтрів більш високих порядків. Фізично це стає очевидним, якщо звернути увагу на те, що для отримання полінома  $n$ -го ступеня досить проінтегрувати деякий поліном ступеня  $n - 1$ .

Метод проектування системи фільтрів з однаковими фазовими характеристиками. Найпростішим випадком системи фільтрів, що задовольняють співвідношенню ортогональності, являються фільтри з нульовими фазовими характеристиками. Відповідні їм імпульсні відгуки тоді повинні бути парними функціями ортогональними на осі часу в нескінченному інтервалі. Відгуки такого виду фізично не реалізуються. Формально кожен відгук такого виду можна представити у вигляді суми фізично реалізованого відгуку  $g_m(t) = 1(t)k_m(t)$ .

Найбільш часто зустрічаються в практичних завданнях характеристики випадкових процесів, що являються функціями автокореляції і взаємної кореляції, а також відповідні їм енергетичні спектри. На практиці для визначення функцій кореляції ергодинамічних сигналів застосовується пристрій, який називається корелометром. Корелометр є основним приладом при експериментальному дослідженні випадкових процесів. Блок-схема корелометра з ортогональними фільтрами відрізняється від традиційної схеми лише тим, що лінія затримки замінюється вибраною системою ортогональних фільтрів. Корелометр на ортогональних фільтрах можна використовувати і як аналізатор енергетичного спектру.

Ортогональні фільтри легко реалізуються з незначними похибками, в той час, як при конструюванні лінії затримки чи смугових фільтрів для корелометрів і аналізаторів спектру зазвичай зустрічається набагато більше труднощів. Корелометри на ортогональних фільтрах є зручними в тих випадках, коли спектральні щільності досліджуваних процесів бажано представити аналітично у вигляді дробово-раціональних функцій. Важливою особливістю корелометрів на ортогональних фільтрах є те, що для заданого класу кореляційних функцій можна вибрати оптимальну систему фільтрів так, що помилки апроксимації, викликані кінцевим числом утримуваних членів ряду, зводяться до мінімуму. Недоліком корелометрів на ортогональних фільтрах є відсутність наочності отриманих результатів аналізу.

При використанні результатів аналізу корелометра на ортогональних фільтрах в кожному конкретному випадку доводиться оцінювати похибки вимірювання. Джерелами похибок являються: кінцеве число членів апроксимуючого ряду, похибки реалізації ортогональних фільтрів та інших вузлів схеми, статистичні похибки.

Завдяки широкому поширенню ЕОМ широке розповсюдження набув аналіз в дискретній формі. Особливо відчутні результати застосування ЕОМ при обробці низькочастотних сигналів, в зв'язку з цим представляє інтерес аналіз з використанням систем ортогональних функцій дискретного аргументу.

Використання корелятора з ортогональними фільтрами Лагера в дискретному варіанті більш повно реалізує всі переваги ортогональної фільтрації, а також забезпечує достатню точність при вимірюванні низькочастотних сигналів.

Основна особливість функцій Лагера дискретного аргументу полягає в тому, що вони забезпечують ортогональність не тільки при нульовому зсуві, але і на всій півосі часових зсувів, що у результаті забезпечує некорельованість на всій півосі зсувів, включаючи початок координат, відгуків ортогональних фільтрів Лагера на дію типу білий шум.

При використанні ортогональних фільтрів і ортогональних систем фільтрів Лагера легко здійснюється компенсація амплітудно-частотної і фазовий-частотної характеристик, викликана їх застосуванням.

Фільтри Лагера — це фільтри низьких частот, і всі їх амплітудно-частотні характеристики не залежать від порядку використовуваного полінома Лагера, що також спрощує компенсацію амплітудно-частотної характеристики.

Розглянемо електричну схему фільтра Лагера з  $RC$  елементами (рис.2).

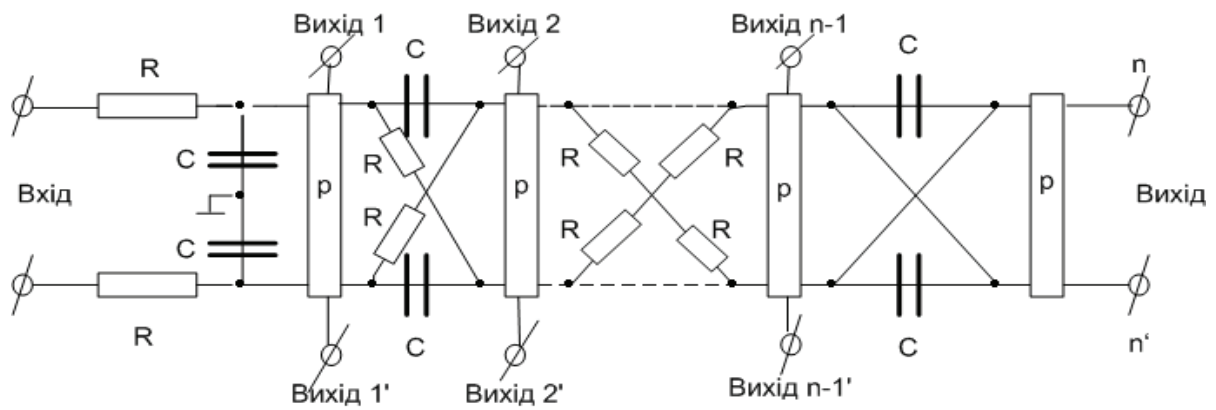


Рис. 2. Електрична схему фільтра Лагера з  $RC$  елементами

Комплексна передаточна функція такого фільтра визначається згідно

$$\gamma_n(i\omega) = \frac{[i\omega RC - 1]^{n-1}}{[i\omega RC + 1]^n}.$$

Цьому виразу відповідає наскрізна імпульсна перехідна функція

$$\varphi_n(t) = \alpha L_{n-1}(2\alpha - t) \exp(-\alpha t) 1(t) \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad \text{де } \alpha = \frac{1}{RC}.$$

Практична реалізація ортогональних фільтрів призводить до найбільш простих схемним рішенням, якщо розглядати фільтри належать до канонічного типу. Отже, з принципової точки зору характеристики цих фільтрів можуть бути відтворені електричною схемою без похибок. У цьому відношенні згадані системи ортогональних фільтрів володіють істотною перевагою в порівнянні з такими широко вживаними ланцюгами, як лінії затримки чи ідеальні частото - виборчі фільтри. Джерело похибок, пов'язаних з втратами, в значній мірі усувається в  $RC$  схемах.  $RC$  схеми являються кращими, ніж їх  $LC$  еквіваленти.

Виявлення сигналів за допомогою коррелометров, що працюють в шумовому полі перешкод, присвячено ряд робіт. Проведено аналіз роботи коррелометра з  $RC$  фільтром в одному з каналів при впливі на нього білого шуму, причому передбачається, що відстань між прийомними антенами, підключеними на вхід двох каналів коррелометра, досить велика в порівнянні з половиною довжини хвиль, що обумовлює некоррелірованість шумової перешкоди і нульова напруга на виході коррелометра за відсутності корисного сигналу.

Результати досліджень, показали доцільність застосування ортогональних фільтрів в каналах коррелометра при вирішенні задач виявлення. В умовах впливу корисних сигналів і шумових перешкод передбачається, що впливає на вхід коррелометра електричний сигнал, що надходить з виходу прийомної антени або інших перетворювачів.

Досліджуємо наступні випадки впливу сигналів і перешкод на вхід коррелометра.

1. При дії на вхід коррелометра шумової перешкоди типу білого шуму отримуємо

$$R_{12}(\tau) = \chi_2(\eta(1)) \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_1(t) \varphi_2(t + \tau) dt.$$

Якщо часовий зсув між відгуками ортогональних фільтрів відсутній і значення  $\chi_2(\eta(1))$  звичайно не дорівнює нулю, тоді маємо

$$R_{12}(0) = \chi_2(\eta(1)) \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_1(t) \varphi_2(t) dt = 0.$$

Таким чином, отримуємо нульову напругу на виході коррелометра при впливі на нього перешкоди білого шуму.

2. На вхід коррелометра впливає окрашений шум. Під терміном "окрашений шум" мається на увазі лінійний стаціонарний процес з обмеженою або не рівномірною спектральною щільністю.

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_0(t - \tau) d\eta(\tau)$$

З даного визначення випливає, що ядро інтегрального уявлення окрашеного шуму не являється дельта-функцією. В іншому випадку окрашений шум перетворюється в білий.

3. На вхід коррелометра надходить адитивна суміш білого і окрашеного шумів. Окрашений шум є лінійним стаціонарним процесом, тоді відгук фільтру записується у вигляді

$$x_i(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_i(t - \tau) d\eta(\tau) + \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_i(t - \tau) \xi(\tau) d\tau, \quad i = 1, 2, \dots$$

4. На вхід коррелометра надходить адитивна суміш двох забарвлених шумів. Кожен з них лінійний стаціонарний процес

$$\xi_j(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_j(t - \tau) d\eta(\tau), \quad j = 1, 2, \dots$$

Тоді кореляційна функція відгуку фільтрів має вигляд

$$B(\tau) = \sum_{i,j=1}^2 \int_{-\infty}^{\infty} R_{ij}(\tau - s) h_{12}(s) ds$$

Вхідний сигнал являє собою суму двох забарвлених шумів з фінітними рівномірними спектральними щільностями і граничними частотами  $\omega_1$  та  $\omega_2$ .

### Висновок

Задачі виявлення корисних сигналів при дії завад в кореляційних системах з вхідними ортогональними фільтрами Лагера дають можливість підвищити в більшій мірі співвідношення сигнал-завада. Таким чином наведено короткий огляд використання ортогональних функцій для представлення реальних сигналів, що описуються випадковими і не випадковими функціями, а також характеристик лінійних ланок наочно показує широкий діапазон їх застосувань. Введення додаткових ортогональних фільтрів не дає додаткових похибок при визначенні метрологічних характеристик кореляційних систем. Введення в структуру вхідних ортогональних фільтрів істотно збільшує ефективність кореляційної системи при виявленні сигналів за дії завад.

### Список літератури

1. Марченко Б.Г., Щербак Л.М. Линейные случайные процессы и их приложения. К.: Наукова думка, 1975. - 143 с.
2. Куля В.И. Ортогональные фильтры – К.: «ТЕХНІКА», 1967. – 240 с.
3. Трахтман А.М. Введение в обобщенную спектральную теорию сигналов. М.: Советское радио, 1972. – 352с.
4. Марченко В.Б. Ортогональные функции дискретного аргумента и их приложения в геофизике. К.: Наукова думка, 1992.