УДК 681:51(045)

Н.М. Глазунов, д.ф.-м.н.
(Национальный авиационный университет, Украина)

ЭЛЕМЕНТЫ ОНТОЛОГИИ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СИММЕТРИЙ

Метод проектирования онтологий формальной теории, основанный на теории категорий и методах гомологической алгебры, предложенный ранее автором, применяется для построения элементов онтологии алгебраических симметрий. Метод иллюстрируется на примере проектирования избранных онтологий предметной области «Группы и групповые объекты и их действие на многообразиях». Кратко рассматриваются теоретические основы метода.

Введение. Понятие онтологии как спецификации концептуализации находит все большее распространение в искусственном интеллекте и инженерии знаний [1]. Статья является продолжением работ автора (см. [2] и ссылки на литературу, приведенные в [2]), относится к тематике инженерии знаний и содержит описание элементов онтологии (алгебраических) симметрий. Под математическим представлением симметрий мы понимаем группы в классическом понимании, а также групповые объекты в соответствующих категориях. В терминах группы симметрия объекта означает инвариантность объекта относительно действия на него элементов этой группы. Категорная интерпретация симметрий представлена ниже. Как отмечают многие авторы [3-6], в современных научных исследованиях и их приложениях, наряду с исследованием и решением конкретных задач, "все возрастающую роль играют унифицирующие и объединяющие концепции …. Большинство этих концепций связано с понятиями категории и функтора …" [3-6]. Теоретико-категорные методы получают все большее распространение как в компьютерных науках, теоретическом программировании, так и при разработке новых программных систем [7]. Это связано с появлением новых научных задач, описание, а тем более исследование которых привычными теоретико-множественными методами проблематично, а иногда и попросту невозможно. В связи с этим ряд концептов онтологии симметрий, представленных в следующем разделе, имеет теоретико-категорное происхождение. В настоящее время по теории категорий имеется обширная литература, поэтому здесь мы кратко напомним (иногда просто упомянем) некоторые из нужных нам результатов (мы основываемся на работах [3-6]). Ниже мы используем понятия морфизма в категории и стрелки как синонимы.

Концепты алгебраических симметрий и их отношения. Ниже представлен связанный набор концептов избранной нами предметной области (ПО) с указанием связей между некоторыми из них, который является продолжением набора концептов из [2]. Он построен в результате лексического и математического анализа ПО «Группы и групповые объекты и их действие на многообразиях» на состояние к 2010 году, то есть анализировались тексты и рефераты статей ПО по 2010 год включительно. Мы используем следующие обозначения: в – отношение старшинства (вышестоящий концепт), н – отношение подчиненности (нижестоящий концепт), см – отображение ключевого слова в концепт, а – ассоциативное отношение, с – отношение синонимии. Концепты набраны прописными буквами. Ключевые слова набраны строчными буквами, гнездовые понятия (концепты) выделенными (bold) прописными буквами:

ГРУППА
в - АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ СИСТЕМА
н - ГРУППА АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ
    ГРУППА КОНЕЧНАЯ
    ГРУППА ЛИ
    ГРУППА ФОРМАЛЬНАЯ
а - ГРУППА С ОПЕРАТОРАМИ

СХЕМА ГРУППОВАЯ

ГРУППА АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ
в - ГРУППА
н - ГРУППА ПРОАЛГЕБРАИЧЕСКАЯ
а - ГРУППА КВАЗИАЛГЕБРАИЧЕСКАЯ
- СХЕМА ГРУППОВАЯ

группа аналитическая
см ГРУППА ФОРМАЛЬНАЯ

ГРУППА ВИТТА
в - ГРУППА

ГРУППА ГАЛУА
в - ГРУППА

ГРУППА ГОМОЛОГИЙ
в - ГРУППА

ГРУППА КВАЗИАЛГЕБРАИЧЕСКАЯ
в - ГРУППА АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ
н - СХЕМА ГРУППОВАЯ

ГРУППА КОГОМОЛОГИЙ
в - ГРУППА

ГРУППА КОММУТАТИВНАЯ - МЕРНАЯ
в - ГРУППА ФОРМАЛЬНАЯ КОММУТАТИВНАЯ

ГРУППА КОММУТАТИВНАЯ ОДНОМЕРНАЯ
в - ГРУППА ФОРМАЛЬНАЯ КОММУТАТИВНАЯ

ГРУППА КОНЕЧНАЯ

в - ГРУППА
а - СХЕМА ГРУППОВАЯ КОНЕЧНАЯ

ГРУППА ЛИ
в - ГРУППА
а - СХЕМА ГРУППОВАЯ

группа локальная
см ГРУППА ФОРМАЛЬНАЯ

ГРУППА ПРОАЛГЕБРАИЧЕСКАЯ
в - ГРУППА АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ
а - СХЕМА ГРУППОВАЯ

КАТЕГОРИЯ АФИННЫХ К - ГРУПП
в - КАТЕГОРИЯ

КАТЕГОРИЯ К - ГРУПП
в - КАТЕГОРИЯ
н - КАТЕГОРИЯ АФИННЫХ К - ГРУПП
КАТЕГОРИЯ ФОРМАЛЬНЫХ К - ГРУПП

МНОГООБРАЗИЕ
н - АБЕЛЕВО МНОГООБРАЗИЕ
АЛГЕБРАТИЧЕСКОЕ МНОГООБРАЗИЕ
АНАЛИТИЧЕСКОЕ МНОГООБРАЗИЕ
АФФИННОЕ МНОГООБРАЗИЕ
МНОГООБРАЗИЕ ПИКАРА
ЯКОБИЕВО МНОГООБРАЗИЕ

МНОГООБРАЗИЕ ПИКАРА
в - МНОГООБРАЗИЕ

ПОДГРУППА
в - ГРУППА
н - ПОДГРУППА ЗАМКНУТАЯ
ПОДГРУППА КОНЕЧНАЯ
ПОДГРУППА ОТКРЫТАЯ

ПОДГРУППА ЗАМКНУТАЯ
в - ПОДГРУППА

ПОДГРУППА КОНЕЧНАЯ
в - ПОДГРУППА

ПОДГРУППА ОТРЫТАЯ
в - ПОДГРУППА

ТЕОРИЯ
н - ТЕОРИЯ ГАЛУА
ТЕОРИЯ ГРУПП ЛИ
ТЕОРИЯ КАТЕГОРИЙ
ТЕОРИЯ ФОРМАЛЬНЫХ ГРУПП

ТЕОРИЯ ГАЛУА
в - ТЕОРИЯ
а - ГРУППА ГАЛУА

ТЕОРИЯ ГРУПП ЛИ
в - ТЕОРИЯ
а - ГРУППА ЛИ

СХЕМА ГРУППОВАЯ
в - СХЕМА
н - СХЕМА АФФИННАЯ ГРУППОВАЯ
н - ГРУППА ФОРМАЛЬНАЯ
а - ГРУППА АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ

ЯКОБИЕВО МНОГООБРАЗИЕ

в - МНОГООБРАЗИЕ

Рассмотрим категорификацию онтологий на примерах концептов **СХЕМА ГРУППОВАЯ и** СХЕМА АФФИННАЯ ГРУППОВАЯ.

Теоретико-категорная модель. Теоретико-категорная модель основывается на концептах: коммутативное кольцо с 1, обозначаемое A; топологическое пространство $Spec\,A$; точки пространство $Spec\,A$; топология на пространстве $Spec\,A$; замыканием $\{\bar{x}\}$ точки x; нетерово топологическое пространство; структурный пучок на $Spec\,A$; окольцованное пространство; аффинная схема; схема; произведение схем над схемой; схема аффинная групповая; замкнутая подсхема; схема групповая; морфизм групповых схем.

Теоретико-категорное представление концептов. Рассмотрим концепт СХЕМА ГРУППОВАЯ. Пусть $h: X \rightarrow$-схема над схемой S. Задать групповую схемы на X означает задать три морфизма схем μ, ε, i, означающих соответственно групповой закон

$$\mu: X \times_S X \rightarrow X;$$

единичный элемент

$$\varepsilon: S \rightarrow X,$$

такой, что $h \circ s = 1$,

причем должна выполняться ассоциативность морфизма μ: $\mu \cdot (\mu, 1) = \mu \cdot (1, \mu)$;

и обратный элемент

$$i: X \rightarrow X,$$

удовлетворяющие соответствующим свойствам.

Выводы

Опыт применения теоретико-категорного метода для проектирования онтологий формальной теории на примере онтологий предметной области «Группы и групповые объекты и их действие на многообразиях» свидетельствует о перспективности метода для проектирования онтологических баз знаний и необходимости проведения дальнейших исследований.

Список литературы

1. *Ganter B., Stumme G., Wille R.* Formal Concept Analysis: Foundations and Applications, Lecture Notes in Artificial Intelligence, no. 3626, Springer-Verlag, 2005. – 380 p.

2. *Глазунов Н.М.* Теоретико-категорный метод проектирования онтологий формальной теории / Материалы IX международной научно-технической конференции «ABIA-2009» - Киев: НАУ, 2009 Т.1. С.5.26-5.29.

3. *Шафаревич И.Р.* Основы алгебраической геометрии. - Т2. - М.: Наука, 1988. - 304 с.

4. *MacLane S.* Categories for the working mathematician. Graduate texts in mathematics 5. - N.Y.: Springer-Verlag, 1971. – 380 p.

5. *Касивара М., Шапира П.* Пучки на многообразиях. М.: Мир, 1997.- 655 с.

6. *Гельфанд С.И., Манин Ю.И.* Методы гомологической алгебры. М.: Наука, 1988. – 416 с.

7. *Ehrig H., Groke-Rhode M., Wolter U.* Applications of category theory to the area of algebraic specification in computer science // Appl. Categ. Struct. - 1998.- 6.- No.1. - P.1-35.