УДК 532.3:534.1

Олександр О. Сіренко (Університет «КРОК», Україна)

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-СТАТИСТИЧНА МОДЕЛЬ ПАРАМЕТРУ АЛМАЗНОГО МІКРОТОЧІННЯ

На основі математичної теорії планування експерименту розглянуто розв'язок задачі ідентифікації параметрів вібрацій як характеристики режиму алмазного мікроточіння та технологічного обладнання. Отримана математична модель амплітуди коливання різця у вертикальній площині у вигляді функції подачі та глибини різання $A_i = f(S, t)$.

Обов'язковою умовою отримання високої точності та низької шорсткості обробленої поверхні при застосуванні високопродуктивних режимів є стійкість руху при різанні. Для цього технологічна система верстат – пристрій – інструмент – деталь (ВПІД) повинна бути стійкою по відношенню до вібрацій та не припускати суттєвих коливань. Спостереження виявили, що в залежності від умов обробки вимушені коливання деталі та інструменту можуть бути низькочастотними або високочастотними; виникають вони або одночасно або незалежно одне від одного. Як правило, низькочастотні коливання має деталь, а високочастотні – інструмент. Погіршуючи якість обробки, вимушені коливання певної амплітуди та частоти можуть одночасно знизити стійкість інструменту.

Самозбуджені коливання або автоколивання виникають за відсутності видимих зовнішніх причин. До них належать такі, в яких змінна сила, що підтримує коливальний процес, створюється та керується самими коливаннями. При усуненні коливань зникає і сила, яка збуджує та регулює коливання.

При різанні збудником автоколивань є неоднозначна сила різання при вході лезового інструменту в деталь і відштовхуванні від неї. При наявності в системі деталь – інструмент самозбудження мале коливання, що випадково виникає, посилюється до деякої сталої величини з амплітудою, при якій настає рівновага між енергією, що підтримує коливання, і енергією розсіювання [1-5]. Амплітуда коливань на відміну від частоти залежить не лише від маси та жорсткості коливальної системи, але й від роду матеріалу деталі, що обробляється, геометричних параметрів інструменту (переднім кутом різця γ, заднім кутом різця α, радіусом загострення ріжучої кромки ρ, радіусом різця в плані r) та режиму різання (швидкості різання *V*, подачі S, глибини різання t). Постійність частоти та змінність амплітуди коливань при зміні умов різання свідчать про автоколивальну природу вібрацій [1,4].

Математична теорія планування експерименту, яка в теоретичному відношенні базується на методах теорії ймовірностей та математичної статистики [6], дозволяє розв'язувати задачі побудови потрібних експериментально-статистичних моделей параметрів процесу алмазного мікроточіння (АМТ) навіть за умови неповного знання внутрішніх закономірностей. Отримана математична модель може успішно використовуватися для виявлення таких взаємозв'язків процесу АМТ, які раніше не досліджувалися. Також при розв'язуванні задачі оптимізації процесу АМТ математична модель дозволяє знайти сукупність вхідних керованих змінних (факторів), при яких оптимізована цільова функція приймає екстремальне значення.

Постановка задачі

Метою даної роботи є побудова математичної моделі амплітуди коливань у вертикальній площині, що представлена функцією подачі та глибини різання для технологічної системи ВПІД з визначеними динамічними параметрами, визначеного матеріалу поверхні, що обробляється, інструменту із заданими геометричними параметрами, оптимальної швидкості різання.

Алгоритм ідентифікації параметрів вібрації як характеристики режиму алмазного мікроточіння та технологічного обладнання

Актуальною задачею є побудова математичної моделі амплітуди коливань у вертикальній площині, що представлена функцією подачі та глибини різання [1,4]. Для побудови експериментально-статистичних моделей процесу АМТ задача формулюється наступним чином: потрібно отримати деякі відомості про функцію відгуку $\eta = \varphi(x_1, x_2, \ldots, x_k)$, де η – параметр процесу, що підлягає дослідженню, $x_1, x_2, \ldots, x_k$ – незалежні змінні, які варіюються при проведенні експериментів.

Використовуючи результати експериментів, можна визначити окремі коефіцієнти регресії b_0, b_i, b_{ij}, b_{ii}, які є оцінками теоретичних коефіцієнтів $\beta_0, \beta_i, \beta_{ij}, \beta_{ii}$. Рівняння регресії, яке отримується на базі досліду, запишеться в наступному вигляді ($\hat{y}$ – вибіркова оцінка для η):

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_i x_i + \sum_{i<j}^{k} b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^{k} b_{ii} x_i^2 + \ldots$$

Для заданого режиму різання (подачі S, глибини різання t, швидкості різання V) та інструменту із заданими геометричними параметрами (переднім кутом різця γ, заднім кутом різця α, радіусом загострення ріжучої кромки ρ, радіусу різця в плані r) маємо різні значення амплітуди коливання різця у вертикальній площині A_i [4]. Алгоритм дозволяє отримати математичну модель $A_i = f(S, t)$. В якості ріжучого інструменту використовувався радіусний алмазний різець з наступними геометричними параметрами: радіус в плані $r = 2$ мм; передній кут $\gamma = -3{,}5^\circ$; задній кут $\alpha = 5^\circ$; радіус загострення ріжучого краю $\rho = 0{,}02$ мкм. Матеріал, що обробляється – сплав міді.

Величини рівнів та інтервали варіювання факторі наводяться в табл. 1.

Таблиця 1

Повний факторний експеримент (планування типу 2^2). Рівні та інтервали варіювання факторів.

Фактори	Рівні			Інтервали
	Основний (0)	Верхній (+1)	Нижній (-1)	варіювання
x_1 – подача (S), мкм/об	12,5	20	5	7,5
x_2 – глибина різання (t), мкм	10	15	5	5

Обробка експериментальних даних виконується у відповідності до даного алгоритму планування експерименту. Матриця планування експерименту та результати вимірів *y* наводяться в табл. 2. Оскільки зміна відгуку y_{gk} має випадковий характер, то в кожній точці доводиться проводити *m* паралельних дослідів і результати спостережень осереднювати:

$$\bar{y}_g = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^{m} y_{gk} \quad . \tag{1}$$

В нашому прикладі $m = 6$. Для кожної точки z_1, z_2, z_3, z_4 проводимо шість дослідів. Результати обчислень за формулою (1) записуємо в останній стовпчик табл. 2.

Таблиця 2.

Планування експерименту типу 2^2.

Номер досліду	Матриця планування X				$y_{gk}(A_i)$						$\bar{y}_g$, мкм
	x_0	x_1	x_2	x_1x_2							
1	+1	-1	-1	+1	0,011	0,01	0,011	0,009	0,011	0,009	0,010
2	+1	+1	-1	-1	0,014	0,013	0,014	0,015	0,013	0,014	0,0138
3	+1	-1	+1	-1	0,012	0,013	0,013	0,012	0,011	0,012	0,0122
4	+1	+1	+1	+1	0,016	0,015	0,016	0,016	0,017	0,015	0,0158

Перевіримо виконання передумови регресійного аналізу про однорідність вибіркових дисперсій s_g^2, тобто проведемо перевірку відтворення експерименту. Перевіримо гіпотезу про рівність генеральних дисперсій $\sigma^2\{y_1\} = \sigma^2\{y_2\} = \ldots = \sigma^2\{y_N\}$ при дослідах відповідно в точках $z_1, z_2, \ldots, z_N$. Оцінки дисперсій можуть бути отримані за формулою:

$$s_g^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{k=1}^{m}\left(y_{gk} - \bar{y}_g\right)^2 . \quad (2)$$

Результати обчислень s_g^2 запишемо в табл. 3. Значення суми $\sum s_g^2 = 2{,}704 \cdot 10^{-6}$.

Таблиця 3.

Розрахункова таблиця.

№	y	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$	$k=5$	$k=6$	$\sum$	s_g^2
1	y_{gk}	0,011	0,010	0,011	0,009	0,012	0,010	$5{,}0 \cdot 10^{-6}$	$1{,}0 \cdot 10^{-6}$
	$y_{gk} - \bar{y}_g$	$0{,}5 \cdot 10^{-3}$	$-0{,}5 \cdot 10^{-3}$	$0{,}5 \cdot 10^{-3}$	$-1{,}5 \cdot 10^{-3}$	$1{,}5 \cdot 10^{-3}$	$-0{,}5 \cdot 10^{-3}$		
	$(y_{gk} - \bar{y}_g)^2$	$1{,}0 \cdot 10^{-6}$	0	$1{,}0 \cdot 10^{-6}$	$1{,}0 \cdot 10^{-6}$	$1{,}0 \cdot 10^{-6}$	$1{,}0 \cdot 10^{-6}$		
2	y_{gk}	0,014	0,013	0,014	0,015	0,013	0,014	$2{,}84 \cdot 10^{-6}$	$0{,}568 \cdot 10^{-6}$
	$y_{gk} - \bar{y}_g$	$0{,}2 \cdot 10^{-3}$	$-0{,}8 \cdot 10^{-3}$	$0{,}2 \cdot 10^{-3}$	$1{,}2 \cdot 10^{-3}$	$-0{,}8 \cdot 10^{-3}$	$0{,}2 \cdot 10^{-3}$		
	$(y_{gk} - \bar{y}_g)^2$	$0{,}04 \cdot 10^{-6}$	$0{,}64 \cdot 10^{-6}$	$0{,}04 \cdot 10^{-6}$	$1{,}44 \cdot 10^{-6}$	$0{,}64 \cdot 10^{-6}$	$0{,}04 \cdot 10^{-6}$		
3	y_{gk}	0,012	0,013	0,013	0,012	0,011	0,012	$2{,}84 \cdot 10^{-6}$	$0{,}568 \cdot 10^{-6}$
	$y_{gk} - \bar{y}_g$	$-0{,}2 \cdot 10^{-3}$	$0{,}8 \cdot 10^{-3}$	$0{,}8 \cdot 10^{-3}$	$-0{,}2 \cdot 10^{-3}$	$-1{,}2 \cdot 10^{-3}$	$-0{,}2 \cdot 10^{-3}$		
	$(y_{gk} - \bar{y}_g)^2$	$0{,}04 \cdot 10^{-6}$	$0{,}64 \cdot 10^{-6}$	$0{,}64 \cdot 10^{-6}$	$0{,}04 \cdot 10^{-6}$	$1{,}44 \cdot 10^{-6}$	$0{,}04 \cdot 10^{-6}$		
4	y_{gk}	0,016	0,015	0,016	0,016	0,017	0,015	$2{,}84 \cdot 10^{-6}$	$0{,}568 \cdot 10^{-6}$
	$y_{gk} - \bar{y}_g$	$0{,}2 \cdot 10^{-3}$	$-0{,}8 \cdot 10^{-3}$	$0{,}2 \cdot 10^{-3}$	$0{,}2 \cdot 10^{-3}$	$1{,}2 \cdot 10^{-3}$	$-0{,}8 \cdot 10^{-3}$		
	$(y_{gk} - \bar{y}_g)^2$	$0{,}04 \cdot 10^{-6}$	$0{,}64 \cdot 10^{-6}$	$0{,}04 \cdot 10^{-6}$	$0{,}04 \cdot 10^{-6}$	$1{,}44 \cdot 10^{-6}$	$0{,}64 \cdot 10^{-6}$		

Оскільки всі оцінки дисперсій отримані за вибірками однакового об’єму ($m = 6$), то кількість ступенів вільності для всіх однакова і дорівнює $\nu_1 = m - 1$. Для перевірки гіпотези про однорідність оцінок s_g^2 дисперсій скористуємося критерієм Кохрена:

$$G = \max_g \left\{s_g^2\right\} \Big/ \sum_{g=1}^{N} s_g^2\{y\}$$ (3)

Вибравши максимальне значення s_g^2, за формулою (3) отримаємо $G = 0{,}3698224$. Порівняємо G з критичним значенням G_{kp}, що визначається з таблиць для $\nu_1 = m-1$ та $\nu_2 = N$ та обраного рівня значущості q. В нашому випадку $\nu_1 = 5$, $\nu_2 = 4$, $q = 5\%$, $G_{kp} = 0{,}5895$. Оскільки $G < G_{kp}$, то гіпотеза про однорідність вибіркових дисперсій відповідає результатам спостережень. При цьому всю групу вибіркових дисперсій s_g^2 можна вважати оцінками для однієї і тієї ж генеральної дисперсії $\sigma^2\{y\}$ відтворення експерименту, звідки найкраща її оцінка має вигляд $s^2\{y\} = \frac{1}{N}\sum_{g=1}^{N} s_g^2\{y\} = 0{,}676 \cdot 10^{-6}$ з кількістю ступенів вільності $\nu = N(m-1) = 20$.

Знайдемо тепер математичну модель $A_i = f(S,t)$. Для цього за формулою $b_i = \frac{1}{N}\sum_{u=1}^{N} x_{iu} y_u$, $i = 0,1,...,k$ обчислимо коефіцієнти регресії. В результаті обчислень отримаємо: $b_0 = 0{,}01295$; $b_1 = 0{,}00185$; $b_2 = 0{,}0105$; $b_{12} = -0{,}00005$. При цьому математичну модель можна записати у вигляді:

$$y = 0{,}01295 + 0{,}00185 x_1 + 0{,}00105 x_2 - 0{,}00005 x_1 x_2.$$

Після визначення коефіцієнтів регресії необхідно перевірити гіпотези про їх значущість, для чого скористуємося критерієм Стьюдента, емпіричне значення якого можна визначити за формулою

$$t_i = \frac{|b_i|}{s\{b\}} = \frac{|b_i|\sqrt{Nm}}{\sqrt{s^2\{y\}}}. \qquad (4)$$

Значення t_i для кожного коефіцієнту отриманої математичної моделі порівнюємо з критичним значенням t_{kp} для кількості ступенів волі $\nu = N(m-1) = 20$ та рівні значущості $q = 5\%$, яке береться з таблиці. В нашому випадку $t_{kp} = 2{,}0860$. Значимими є коефіцієнти b_0, b_1 та b_2. Всі коефіцієнти регресії в факторному експерименті оцінюються незалежно один від іншого, а тому несуттєві коефіцієнти можна відкинути, не перераховуючи всі інші. При цьому математична модель набуває вигляду $y = 0{,}01295 + 0{,}00185 x_1 + 0{,}00105 x_2$. Для перевірки адекватності цієї моделі скористуємося F-критерієм. При цьому отримали $F_P \approx 2{,}13$, а табличне значення при рівні значущості 5% становить $F_T = 4{,}35$. Оскільки $F_P < F_T$, отримана модель є адекватною.

Отже ми отримали шукану математичну модель $A_i = 0{,}01295 + 0{,}00185 x_1 + 0{,}00105 x_2$, яка є адекватною до експериментальних даних для заданої пари різець – деталь. В цій моделі $x_1 = (S - S_0)/\Delta S$, $x_2 = (t - t_0)/\Delta t$, $S_0 = 12{,}5$ мкм/об, $t_0 = 10$ мкм, $\Delta S = 7{,}5$ мкм/об, $\Delta t = 5$ мкм.

Узагальнюючи наведені результати розрахунків, можна зробити наступні висновки.

1. Сучасні тенденції оптимізації процесів різання при частій зміні об'єкту виробництва, матеріалів деталей і інструментів потребують швидкого і точного визначення режимів обробки. Розв'язком цієї задачі можуть бути розрахунково-експериментальні методи визначення параметрів процесу різання.

2. Алгоритм ідентифікації параметрів вібрацій як характеристики режиму АМТ та технологічного обладнання дозволяє отримати математичну модель амплітуди коливання різця у вертикальній площині $A_i = f(S,t)$ для технологічної системи ВПІД з визначеними

динамічними параметрами, визначеного матеріалу поверхні, що обробляється, інструменту із заданими геометричними параметрами, оптимальної швидкості різання.

В подальших дослідженнях передбачається застосування алгоритмів ідентифікації параметрів вібрацій як характеристик режиму алмазного мікро точіння та технологічного обладнання на конкретних верстатах алмазного мікро точіння з метою отримання адекватних математичних моделей процесу різання.

Список літератури

1. *Бобров В.Ф.* Основы теории резания металлов. - М.: Машиностроение, 1975. – 344 с.
2. *Васильев А.С., Дальский А.М., Клименко С.А., Полонский Л.Г., Хейфец М.Л., Ящерицын П.И.* Технологические основы управления качеством машин. – М.:Машиностроение, 2003. – 256 с.
3. *Гомеляко Е.В., Добровольський Г.Г., Саксеев П.Ю., Шевченко Д.А.* Математическая модель процесса алмазного микроточения для оптимизации технологических параметров обработки // Сучасні процеси механічної обробки інструментами з НТМ та якість поверхні деталей машин. Зб. наук. праць. Серія: Процеси механічної обробки, верстати та інструменти. – Київ: НАН України ІНМ ім. В.М. Бакуля, 2006. – С. 45-56.
4. *Добровольський Г.Г., Мінаєв Ю.М., Сіренко О.О., Сіренко О.В.* Математична модель технологічного процесу алмазного мікроточіння на основі методів штучного інтелекту // Прикладные вопросы искусственного интеллекта в задачах автоматизации и тестирования программ и управления в технических системах / Сборник научных трудов. – Киев: КМУГА, 1998. – С. 101-113.
5. *Северилов В.С., Полонский Л.Г., Клименко С.А.* Теоретичні основи технології механічної обробки.– Житомир: ЖІТІ, 2002. – 272 с.
6. *Налимов В.В., Чернова Н.А.* Статистические методы планирования экстремальных эксперименитов. - М.:Наука, 1965. – 340 с.