УДК 532.5

Павел В. Лукьянов, к.ф.-м.н.
(Институт гидромеханики НАН Украины, Украина)

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ КВАЗИТОЧЕЧНОГО ВИХРЯ В ЗАДАЧЕ О ЦИРКУЛЯЦИОННОМ ОБТЕКАНИИ ЦИЛИНДРА.

Классическое решение задачи о циркуляционном обтекании цилиндра использует модель точечного вихря. Как известно, поле скорости такого вихря – не компактно и простирается до бесконечности, а кинетическая энергия – бесконечна, что противоречит закону сохранения энергии. Предлагается асимптотика дальнего поля с заменой точечного вихря на квазиточечный компенсированный вихрь конечных размеров.

Постановка задачи. Требуется определить поле скорости при обтекании кругового цилиндра, не выходя из множества компактных вихрей.

Идея решения. Использовать модель квазиточечного вихря [1] (или компактного компенсированного вихря):

$$V_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r}\left(1-\left(\frac{r-a}{R-a}\right)^2\right). \qquad (1)$$

Вихревая добавка к потенциальному течению становится существенной, когда:

$\left(\frac{r-a}{R-a}\right)^2 : O(1)$, то есть $\frac{r-a}{R-a} : \frac{1}{3}$ (порядка 10%).

Откуда находим:

$$r = a + \frac{R-a}{3} = \frac{2a+R}{3}.$$

Например, если $R = 4a$, то уже при $r^* = \frac{2a+4a}{3} = 2a$ можно заменять точечный вихрь на квазиточечный. Если же положить $R = 10a$, то $r^* = \frac{12a}{3} = 4a$.

Чтобы показать, что так введенный вихрь является решением уравнения Эйлера, достаточно перейти в прямоугольную Декартову систему координат, где легко это сделать. Ранее эта процедура уже проводилась автором данной работы в задаче о взаимодействии вихря со сдвиговым течением.

Возникает логичный вопрос об определении радиуса вихря R. Размер вихря необходимо находить из экспериментальных данных. Это минимальное значение радиальной координаты, где течение уже становится однородным: $V = V_\infty$. И подставлять в формулу (1). При значениях радиальной координаты, больших радиуса вихря, последний отсутствует.

Почему возможно такое представление. Так как в формуле

$$\bar{V} = |V_\infty|\left(1-\frac{a^2}{z^2}\right), \qquad (2)$$

которая описывает безциркуляционное обтекание цилиндра [2], с увеличением z (по модулю) $\bar{V} \to |V_\infty|$ по квадратичному закону. Уже при $|z| = r = 5a$ получаем:

$$\bar{V} = |V_\infty|\left(1-\frac{1}{25}\right) = 0.96|V_\infty|,$$

то есть точность 4%. При этом, для $r = 5a$:

$\left(1-\left(\frac{5a-a}{R-a}\right)^2\right)=\left(1-\left(\frac{4a}{R-a}\right)^2\right)$, то есть при $R=10a$ получается:

$$\left(1-\left(\frac{4}{9}\right)^2\right)=\left(1-\frac{16}{81}\right)=\frac{65}{81}\approx 0.8$$

Следовательно, если безциркуляционное течение отличается от течения на бесконечности на 4%, то добавка к точечному вихрю составляет, при этом, порядка 20%. Что существенно. Поэтому в области $r\geq 5a$ можно положить:

$$V\approx V_\infty+\frac{\Gamma}{2\pi r}\left(1-\left(\frac{r-a}{R^*-a}\right)^2\right),\quad 5a\leq r\leq R^*. \tag{3}$$

В формуле (3) $R^*=10a$. А при $r\geq R^*$ вращение отсутствует: $V=V_\infty$.

Таким образом, предложена простая модель, которая позволяет приближенно описывать дальнее поле скорости вокруг круглого цилиндра при его обтекании невязкой несжимаемой жидкостью.

[1]. *Лук'янов П.В.* Квазіточковий вихор. Наукові вісті НТТУ КПІ, 2011, № 4 (78) (в печати).

[2]. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. -- М.: Наука, 1987. – 840 с.